감독관 확인	교 정	재 검

논술 답안지 (자연형)

인적 사항란

학교(학원)명		수험 번호	학년 반 번호 □-□□-□□□	성 명	
				응시 유형	

답안지 작성 유의 사항

① 인적 사항(**학교 · 학원명, 수험 번호, 성명, 응시 유형**)은 **답안지 2장 모두에 기입**해 주십시오.
② **1장의 답안지**에는 **문항 번호에 맞는 1개의 문항 답안만을 작성**해 주십시오.
③ 답안은 **논제 번호**를 적고, **검정색 필기구(볼펜, 연필 등)**로 작성해 주십시오.
④ **수험 번호**는 '학년/반/번호' 형식의 **숫자 6자리로 기입**해 주십시오.
(예 : 3학년 1반 1번 → 3-01-001)
⑤ 답안은 **답안 작성란 안에만 작성**하고, 답안지는 **뜯지 말고 2장 합본으로 제출**해 주십시오.

교사 기입란

구분	I	II	III	IV	V	VI	VII
문항 1	A	C	C	D	C	O	

문항 1

논제 1)

a) 점 $(x_i, f(x_i))$에서의 접선을 l이라 하고 직선 $y=mx+b$를 p라고 하자.

또한 그림에서 l과 α의 각을 이루고 p와 β의 각을 이루는 직선을 q라 하자.

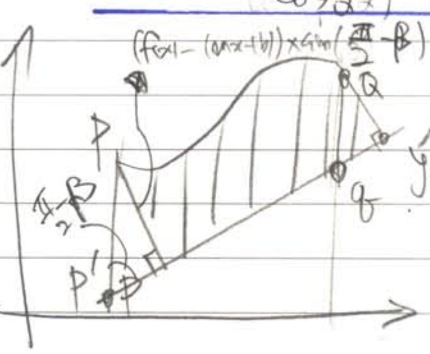
l 위의 어떤 선분의 길이를 k라 하고 이 값을 q로 정사영 시켰을 때의 값을 Δx라 하자 (이면) 그러면 $k\cos\alpha = \Delta x$가 성립한다.

또한 l과 p 사이의 각은 $\beta-\alpha$ 이므로 위와 같은 방식으로 Δu를 구해보면 $k\cos(\beta-\alpha) = \Delta u$가 성립 한다는 알 수 있다. ①

$k=\frac{\Delta x}{\cos\alpha}$ 와 $k=\frac{\Delta u}{\cos(\beta-\alpha)}$ 이므로 $\frac{\Delta x}{\cos\alpha} = \frac{\Delta u}{\cos(\beta-\alpha)}$ 이다 ②

따라서 $\Delta u = \frac{\cos(\beta-\alpha)}{\cos\alpha} \times \Delta x$ 이다. +@

b)



직선 l이 x축과 이루는 각을 β라 하자 (이면)

$m=\tan\beta$ 이다.

또한 논제 a)에서의 문자를 그대로 이용하면 $\tan\alpha = f'(x)$ 임을 알 수 있다.

P에서 x축에 수직하게 내린 직선과 직선 l이 만나는 점을 P'이라 하자.

그 때 $\overline{PP'}$과 직선 l이 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{2}-\alpha$ 이다.

③ 따라서 항상 $f(x)$에서 직선 l까지 수직하게 내린 점까지의 거리(는) $(f(x)-(mx+b))\times\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)$ 이다 여기서 $\tan(\frac{\pi}{2}-\beta)=\frac{1}{m}$ 이므로 $\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}$ 이다.

따라서 넓이 $S=\int_p^q (f(x)-mx-b)\times\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)\,dx$ 이다 ④

논제 a)에서 $du=\frac{\cos(\beta-\alpha)}{\cos\alpha}dx$ 가 성립하므로

$S=\int_p^q (f(x)-mx-b)\times\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)\times\frac{\cos(\beta-\alpha)}{\cos\alpha}\,dx$ 가 성립하고.

$\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}$ (이고) $\frac{\cos(\beta-\alpha)}{\cos\alpha}=\frac{1}{\cos\alpha}(\cos\beta\cos\alpha+\sin\beta\sin\alpha)=\cos\beta+\sin\beta\tan\alpha$

$=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}+\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}f'(x)$ 이므로

이를 대입하면

$S=\frac{1}{1+m^2}\int_p^q \{f(x)-mx-b\}\{1+mf'(x)\}\,dx$ 가 성립함을 알 수 있다 ⑤

성우제

1-a>

① 사인 법칙을 이용하여 Δx와 Δu의 식을 잘 표현하였습니다.

② Δu를 Δx의 식으로 잘 나타냈습니다. 그러나, 각 α, β를 기울기를 써서 나타내 주는 것이 다음 논의를 위해서도 더 좋습니다.

1-b>

③ $(x_i, f(x_i))$에서 직선 $y=mx+b$까지 거리를 잘 표현했습니다.

④ 주어진 영역의 넓이 식을 잘 세웠습니다. 그러나 구분구적법과 정적분의 정의를 이용하여 과정 설명을 해 주는 것이 필요합니다. $\lim_{n\to\infty}\sum$를 취하는 과정을 서술해 주세요. 넓이 S는

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{f(x_i)-mx_i-b}{\sqrt{1+m^2}}\Delta u$$

$$=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{f(x_i)-mx_i-b}{\sqrt{1+m^2}}\times\frac{1+mf'(x_i)}{\sqrt{1+m^2}}\Delta x$$

$$=\frac{1}{1+m^2}\int_p^q (f(x)-mx-b)(1+f'(x))dx$$

가 됩니다.

⑤ 각 α, β를 기울기를 써서 잘 나타냈고 주어진 식을 잘 유도하였습니다. 그러나 이를 앞 논제에서 먼저 해 주는 것이 이 논제에서 논리의 명료함을 보여주기에 좋습니다.

1-c>

⑥ 주어진 영역의 넓이를 (b)에서 유도한 공식을 이용하여 잘 표현하였습니다.

⑦ 결과값을 잘 계산하였습니다.

1-d>

⑧ 부피의 식이 맞게 세워지지 않았습니다. 앞 논제(b)와 마찬가지로 구분구적법과 정적분의 정의를 이용하여 과정을 설명해 줘야 하며 π도 곱해야 합니다. 직사각형이 회전하여 생긴 원기둥의 합을 이용하므로

$$V=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\pi\frac{(f(x_i)-mx_i-b)^2}{1+m^2}\Delta u$$

로 식을 세울 수 있습니다. Δx로 나타낸 Δu를 대입하여 정적분의 정의를 적용하면

$$V=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{(f(x_i)-mx_i-b)^2}{1+m^2}\times\frac{1+f'(x_i)}{\sqrt{1+m^2}}\Delta x$$

$$=\frac{\pi}{(1+m^2)^{\frac{3}{2}}}\int_p^q (f(x)-mx-b)^2(1+mf'(x))dx$$

가 됩니다.

1-e>

⑨ 앞 논제에서 타당한 결론이 나오지 않아 이 논제에서도 결과가 맞지 않습니다. (d)의 결과에 (c)에 주어진 값을 대입하면

$$V=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\int_0^{2\pi}(\sin x+2)^2(2+\cos x)dx$$

이고 식을 계산하면 $V=\frac{9\sqrt{2}}{2}\pi^2$ 이 됩니다.